Übungsklausur (anvisierte Dauer: 120 Minuten)

1. Bestimme alle relativen Extremstellen mit der notwendigen Bedingung und ihre jeweilige Art bzw. Natur durch eine Gebietsuntersuchung

$a)\ f(x) = x^3 - 3x^2$

$b)\ f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2$

$c)\ f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + 2x$

2. Bestimme alle relativen Extremstellen mit der hinreichenden Bedingung.

$a)\ f(x) = 8x^3 - 2x^2$

$b)\ f(x) = x + \frac{1}{x}$

$c)\ f(x) = x^4 + 4x + 3$

3. Bestimme die Wendestellen, prüfe auch, ob ein Sattelpunkt vorliegt.

$a)\ f(x) = 4x^3 + 12x^2$

$b)\ f(x) = x^4 + x^2$

$c)\ f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + 5x$

4. Führe von der Funktion eine komplette Funktionsuntersuchung durch.

a) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 2$

Lösungen:

1a)

1. Bestimmung von $f'(x)$	Funktion: $f(x)=x^3-3x^2$ 1. Ableitung: $f'(x)=3x^2-6x$
Die 1. Ableitung der Funktion $f(x)$ wird mit Hilfe der Form $y=x^n; y'=nx^{n-1}$ bestimmt. Dabei sind die Faktorregel und die Summenregel zu beachten.	
2. Notwendige Bedingung	*Notwendige Bedingung:* $f'(x)=0$ $0=3x^2-6x$
Die *notwendige Bedingung* für das Vorhandensein von (relative) Extremstellen ist erfüllt, wenn $f'(x)=0$	
3. Berechnung der x-Werte	$0=3x^2-6x$ $0=x\cdot(3x-6)$ $\Rightarrow x_1=0$ $0=3x-6\Rightarrow 3x=6\Rightarrow x_2=2$
Die Nullstellen der 1. Ableitung werden berechnet. Entweder mit Formel von Alkarismi, quadratischer Ergänzung, Polynomdivision oder Intuition. Dies ist für jede Aufgabe verschieden.	
4. Bestimmung der Art der Extremwerte	$x\in U(0)$ $x<0: f'(x)>0: f\uparrow$ $x>0: f'(x)<0: f\downarrow$ $\rightarrow$ *Hochpunkt* $x\in U(2)$ $x<2: f'(x)<0: f\downarrow$ $x>2: f'(x)>0: f\uparrow$ $\rightarrow$ *Tiefpunkt*
Nun wird eine Gebietsuntersuchung der 1. Ableitung vorgenommen. Hier werden die Gebiete in unmittelbarer Umgebung der Nullstellen betrachtet.	
5. Bestimmung der jeweiligen y-Werte	$f(x_1)=0^3-3\cdot0^2=0$ $f(x_2)=2^3-3\cdot2^2=8-12=-4$
Die ermittelten x-Werte der Extremstellen werden in die Ausgangsgleichung $f(x)$ eingesetzt.	
6. Antwortsatz schreiben	Maximum an der Stelle $(0;0)$ Minimum an der Stelle $(2;-4)$
Zum Schluss wird der Antwortsatz formuliert. Hier muss enthalten sein, an welcher Stelle ein Tiefpunkt und an welcher Stelle ein Hochpunkt vorliegt.	

b)

1. Bestimmung von $f'(x)$ Die 1. Ableitung der Funktion $f(x)$ wird mit Hilfe der Form $y=x^n; y'=nx^{n-1}$ bestimmt. Dabei sind die Faktorregel und die Summenregel zu beachten.	Funktion: $f(x)=\frac{1}{4}x^4-2x^2$ 1. Ableitung: $f'(x)=x^3-4x$
2. Notwendige Bedingung Die *notwendige Bedingung* für das Vorhandensein von (relative) Extremstellen ist erfüllt, wenn $f'(x)=0$	*Notwendige Bedingung:* $f'(x)=0$ $0=x^3-4x$
3. Berechnung der x-Werte Die Nullstellen der 1. Ableitung werden berechnet. Entweder mit Formel von Alkarismi, quadratischer Ergänzung, Polynomdivision oder Intuition. Dies ist für jede Aufgabe verschieden.	$0=x^3-4x$ $0=x\cdot\left(x^2-4\right) \Rightarrow x_1=0$ $0=x^2-4 \Rightarrow x=\pm\sqrt{4} \Rightarrow x_2=2 \vee x_3=-2$
4. Bestimmung der Art der Extremwerte Nun wird eine Gebietsuntersuchung der 1. Ableitung vorgenommen. Hier werden die Gebiete in unmittelbarer Umgebung der Nullstellen betrachtet.	$x\in U(0)$ $x<0: f'(x)>0: f\uparrow$ $x>0: f'(x)<0: f\downarrow$ $\rightarrow$ *Hochpunkt* $x\in U(2)$ $x<2: f'(x)<0: f\downarrow$ $x>2: f'(x)>0: f\uparrow$ $\rightarrow$ *Tiefpunkt* $x\in U(-2)$ $x<-2: f'(x)<0: f\downarrow$ $x>-2: f'(x)>0: f\uparrow$ $\rightarrow$ *Tiefpunkt*
5. Bestimmung der jeweiligen y-Werte Die ermittelten x-Werte der Extremstellen werden in die Ausgangsgleichung $f(x)$ eingesetzt.	$f(x_1)=\frac{1}{4}\cdot 0^4-2\cdot 0^2=0$ $f(x_2)=\frac{1}{4}\cdot 2^4-2\cdot 2^2=4-8=-4$ $f(x_3)=\frac{1}{4}\cdot(-2)^4-2\cdot(-2)^2=4-8=-4$
6. Antwortsatz schreiben Zum Schluss wird der Antwortsatz formuliert. Hier muss enthalten sein, an welcher Stelle ein Tiefpunkt und an welcher Stelle ein Hochpunkt vorliegt.	Maximum an der Stelle $(0;0)$ Minimum an der Stelle $(2;-4)$ Minimum an der Stelle $(-2;-4)$ *Symmetriebetrachtungen hätten zum gleichen Ergebnis geführt*!

c)

1. Bestimmung von $f'(x)$ Die 1. Ableitung der Funktion $f(x)$ wird mit Hilfe der Form $y = x^n; y' = nx^{n-1}$ bestimmt. Dabei sind die Faktorregel und die Summenregel zu beachten.	Funktion: $f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + 2x$ 1. Ableitung: $f'(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2$
2. Notwendige Bedingung Die *notwendige Bedingung* für das Vorhandensein von (relative) Extremstellen ist erfüllt, wenn $f'(x) = 0$	*Notwendige Bedingung:* $f'(x) = 0$ $0 = -\frac{1}{2}x^2 + 2$
3. Berechnung der x-Werte Die Nullstellen der 1. Ableitung werden berechnet. Entweder mit Formel von Alkarismi, quadratischer Ergänzung, Polynomdivision oder Intuition. Dies ist für jede Aufgabe verschieden.	$-2 = -\frac{1}{2}x^2 \Rightarrow x^2 = 4$ $\Rightarrow x = \pm\sqrt{4} \Rightarrow x_1 = 2 \vee x_2 = -2$
4. Bestimmung der Art der Extremwerte Nun wird eine Gebietsuntersuchung der 1. Ableitung vorgenommen. Hier werden die Gebiete in unmittelbarer Umgebung der Nullstellen betrachtet.	$x \in U(2)$ $x < 2: f'(x) > 0: f \uparrow$ $x > 2: f'(x) < 0: f \downarrow$ $\Rightarrow$ *Maximum* $x \in U(-2)$ $x < -2: f'(x) < 0: f \downarrow$ $x > -2: f'(x) > 0: f \uparrow$ $\Rightarrow$ *Minimum*
5. Bestimmung der jeweiligen y-Werte Die ermittelten x-Werte der Extremstellen werden in die Ausgangsgleichung $f(x)$ eingesetzt.	$f(x_1) = -\frac{1}{6}\cdot 2^3 + 2\cdot 2 = -\frac{4}{3} + 4 = \frac{8}{3}$ $f(x_2) = -\frac{1}{6}\cdot(-2)^3 + 2\cdot(-2) = \frac{4}{3} - 4 = -\frac{8}{3}$
6. Antwortsatz schreiben Zum Schluss wird der Antwortsatz formuliert. Hier muss enthalten sein, an welcher Stelle ein Tiefpunkt und an welcher Stelle ein Hochpunkt vorliegt.	Maximum an der Stelle $\left(2; \frac{8}{3}\right)$ Minimum an der Stelle $\left(-2; -\frac{8}{3}\right)$ *Symmetriebetrachtungen hätten zum gleichen Ergebnis geführt*!

2a)

1. Bestimmung von $f'(x)$ Die 1. Ableitung der Funktion $f(x)$ wird mit Hilfe der Form $y = x^n; y' = nx^{n-1}$ bestimmt. Dabei sind die Faktorregel und die Summenregel zu beachten.	Funktion: $f(x) = 8x^3 - 2x^2$ 1. Ableitung: $f'(x) = 24x^2 - 4x$
2. Notwendige Bedingung Die *notwendige Bedingung* für das Vorhandensein von (relative) Extremstellen ist erfüllt, wenn $f'(x) = 0$	*Notwendige Bedingung:* $f'(x) = 0$ $0 = 24x^2 - 4x$
3. Berechnung der x-Werte Die Nullstellen der 1. Ableitung werden berechnet. Entweder mit Formel von Alkarismi, quadratischer Ergänzung, Polynomdivision oder Intuition. Dies ist für jede Aufgabe verschieden.	$0 = 24^2 - 4x$ $0 = 4x \cdot (6x - 1) \Rightarrow x_1 = 0$ $0 = 6x - 1 \Rightarrow 1 = 6x \Rightarrow x_2 = \frac{1}{6}$
4. Hinreichende Bedingung für Extremwerte Die *hinreichende Bedingung* für das Vorhandensein für relative Extremstellen ist: $f''(x) > 0 \Rightarrow Minimum$ $f''(x) < 0 \Rightarrow Maximum$ Zuerst muss also die 2. Ableitung bestimmt werden..	$f''(x) = 48x - 4$ $f''(0) = -4 < 0 : Hochpunkt$ $f''(\frac{1}{6}) = 4 > 0 : Tiefpunkt$
5. Bestimmung der jeweiligen y-Werte Die ermittelten x-Werte der Extremstellen werden in die Ausgangsgleichung $f(x)$ eingesetzt.	$f(x_1) = 8 \cdot 0^3 - 2 \cdot 0^2 = 0$ $f(x_2) = 8 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 - 2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{27} - \frac{1}{18} = -\frac{1}{54}$
6. Antwortsatz schreiben Zum Schluss wird der Antwortsatz formuliert. Hier muss enthalten sein, an welcher Stelle ein Tiefpunkt und an welcher Stelle ein Hochpunkt vorliegt.	Maximum an der Stelle $(0;0)$ Minimum an der Stelle $\left(\frac{1}{6}; -\frac{1}{54}\right)$

b)

1. Bestimmung von $f'(x)$ Die 1. Ableitung der Funktion $f(x)$ wird mit Hilfe der Form $y = x^n; y' = nx^{n-1}$ bestimmt. Dabei sind die Faktorregel und die Summenregel zu beachten.	Funktion: $f(x) = x + \frac{1}{x}$ 1. Ableitung: $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$
2. Notwendige Bedingung Die *notwendige Bedingung* für das Vorhandensein von (relative) Extremstellen ist erfüllt, wenn $f'(x) = 0$	*Notwendige Bedingung:* $f'(x) = 0$ $0 = 1 - \frac{1}{x^2}$
3. Berechnung der x-Werte Die Nullstellen der 1. Ableitung werden berechnet. Entweder mit Formel von Alkarismi, quadratischer Ergänzung, Polynomdivision oder Intuition. Dies ist für jede Aufgabe verschieden.	$0 = 1 - \frac{1}{x^2} \Rightarrow x^2 = 1$ $x_1 = 1$ $x_2 = -1$
4. Hinreichende Bedingung für Extremwerte Die *hinreichende Bedingung* für das Vorhandensein für relative Extremstellen ist: $f''(x) > 0 \Rightarrow \mathit{Minimum}$ $f''(x) < 0 \Rightarrow \mathit{Maximum}$ Zuerst muss also die 2. Ableitung bestimmt werden..	$f''(x) = -2 \cdot \frac{1}{x^3}$ $f''(1) = -2 < 0 \Rightarrow \mathit{Maximum}$ $f''(-1) = 2 > 0 \Rightarrow \mathit{Minimum}$
5. Bestimmung der jeweiligen y-Werte Die ermittelten x-Werte der Extremstellen werden in die Ausgangsgleichung $f(x)$ eingesetzt.	$f(x_1) = 1 + 1 = 2$ $f(x_2) = -1 - 1 = -2$
6. Antwortsatz schreiben Zum Schluss wird der Antwortsatz formuliert. Hier muss enthalten sein, an welcher Stelle ein Tiefpunkt und an welcher Stelle ein Hochpunkt vorliegt.	Maximum an der Stelle $(1;2)$ Minimum an der Stelle $(-1;-2)$ *Symmetriebetrachtungen hätten zum gleichen Ergebnis geführt*!

c)

1. Bestimmung von $f'(x)$	Funktion: $f(x)=x^4+4x+3$ 1. Ableitung: $f'(x)=4x^3+4$
Die 1. Ableitung der Funktion $f(x)$ wird mit Hilfe der Form $y=x^n; y'=nx^{n-1}$ bestimmt. Dabei sind die Faktorregel und die Summenregel zu beachten.	
2. Notwendige Bedingung	*Notwendige Bedingung:* $f'(x)=0$ $0=4x^3+4$
Die *notwendige Bedingung* für das Vorhandensein von (relative) Extremstellen ist erfüllt, wenn $f'(x)=0$	
3. Berechnung der x-Werte	$0=4x^3+4=x^3+1$ $x^3=-1 \Rightarrow x_1=-1$
Die Nullstellen der 1. Ableitung werden berechnet. Entweder mit Formel von Alkarismi, quadratischer Ergänzung, Polynomdivision oder Intuition. Dies ist für jede Aufgabe verschieden.	
4. Hinreichende Bedingung für Extremwerte	$f''(x)=12x^2$ $f''(-1)=12>0 \Rightarrow \textit{Minimum}$
Die *hinreichende Bedingung* für das Vorhandensein für relative Extremstellen ist: $f''(x)>0 \Rightarrow \textit{Minimum}$ $f''(x)<0 \Rightarrow \textit{Maximum}$ Zuerst muss also die 2. Ableitung bestimmt werden..	
5. Bestimmung der jeweiligen y-Werte	$f(x_1)=(-1)^4+4\cdot(-1)+3=1-4+3=0$
Die ermittelten x-Werte der Extremstellen werden in die Ausgangsgleichung $f(x)$ eingesetzt.	
6. Antwortsatz schreiben	Minimum an der Stelle $(-1;0)$
Zum Schluss wird der Antwortsatz formuliert. Hier muss enthalten sein, an welcher Stelle ein Tiefpunkt und an welcher Stelle ein Hochpunkt vorliegt.	

3a)

1. Bestimmung der 1. , 2. und 3. Ableitung von $f(x)$ Die 1., 2. und 3.Ableitung der Funktion $f(x)$ wird mit Hilfe der Form $y = x^n; y' = nx^{n-1}$ bestimmt. Dabei sind die Faktorregel und die Summenregel zu beachten.	$Funktion: f(x) = 4x^3 + 12x^2$ $1.Ableitung: f'(x) = 12x^2 + 24x$ $2.Ableitung: f''(x) = 24x + 24$ $3.Ableitung: f'''(x) = 24$
2. Notwendige Bedingung Die *notwendige Bedingung* für das Vorhandensein von Wendestellen wird angewendet: $f''(x) = 0$	*Notwendige Bedingung:* $f''(x) = 0$ $0 = 24x + 24$
3. Berechnung der x-Werte Die Nullstellen der 2. Ableitung werden berechnet. Entweder mit Formel von Alkarismi, quadratischer Ergänzung, Polynomdivision oder Intuition. Dies ist für jede Aufgabe verschieden	$0 = 24x + 24$ $x = -1$
4. Hinreichende Bedingung Die *hinreichende Bedingung* für das Vorhandensein von Wendestellen ist: $f'''(x) \neq 0$	$f'''(x) \neq 0$ $f'''(-1) = 24$
5. Bestimmung von Sattelpunkte Für das Vorhandensein eines Sattelpunktes muss zusätzlich noch gelten, dass $f'(x) = 0$ ist, dass also zusätzlich ein Extremwert an dieser Stelle vorliegt	$f'(x_1) = 0$ $f(x_1) = 12 \cdot (-1)^2 + 24 \cdot (-1) = -12$ $-12 \neq 0$ *Es liegt kein Sattelpunkt vor*
6. Bestimmung der jeweiligen y-Werte Die ermittelten x-Werte der Wendestellen werden in die Ausgangsgleichung $f(x)$ eingesetzt.	$f(x_1) = 4 \cdot (-1)^3 + 12 \cdot (-1)^2$ =-4+12=8
6. Antwortsatz schreiben Zum Schluss wird der Antwortsatz formuliert. Hier muss enthalten sein, an welcher Stelle ein Wendepunkt vorliegt.	An der Stelle $(-1;8)$ liegt eine Wendestelle vor.

b)

1. Bestimmung der 1. , 2. und 3. Ableitung von $f(x)$	*Funktion*: $f(x) = x^4 + x^2$ 1.*Ableitung*: $f'(x) = 4x^3 + 2x$ 2.*Ableitung*: $f''(x) = 12x^2 + 2$ 3.*Ableitung*: $f'''(x) = 24x$
Die 1., 2. und 3.Ableitung der Funktion $f(x)$ wird mit Hilfe der Form $y = x^n; y' = nx^{n-1}$ bestimmt. Dabei sind die Faktorregel und die Summenregel zu beachten.	
2. Notwendige Bedingung	*Notwendige Bedingung:* $f''(x) = 0$ $0 = 12x^2 + 2$
Die *notwendige Bedingung* für das Vorhandensein von Wendestellen wird angewendet: $f''(x) = 0$	
3. Berechnung der x-Werte	$0 = 12x^2 + 2 = 6x^2 + 1$ $x = \sqrt{-\frac{1}{6}}$ *Negative Wurzeln sind in der Menge der reellen Zahlen nicht definiert!*
Die Nullstellen der 2. Ableitung werden berechnet. Entweder mit Formel von Alkarismi, quadratischer Ergänzung, Polynomdivision oder Intuition. Dies ist für jede Aufgabe verschieden	
4. Hinreichende Bedingung	………………………………………..
Die *hinreichende Bedingung* für das Vorhandensein von Wendestellen ist: $f'''(x) \neq 0$	
5. Bestimmung von Sattelpunkte	………………………………………..
Für das Vorhandensein eines Sattelpunktes muss zusätzlich noch gelten, dass $f'(x) = 0$ ist, dass also zusätzlich ein Extremwert an dieser Stelle vorliegt	
6. Bestimmung der jeweiligen y-Werte	………………………………………..
Die ermittelten x-Werte der Wendestellen werden in die Ausgangsgleichung $f(x)$ eingesetzt.	
6. Antwortsatz schreiben	Es gibt keine Wendestelle und keinen Sattelpunkt.
Zum Schluss wird der Antwortsatz formuliert. Hier muss enthalten sein, an welcher Stelle ein Wendepunkt vorliegt.	

c)

1. Bestimmung der 1. , 2. und 3. Ableitung von $f(x)$	*Funktion* : $f(x)=\frac{1}{2}x^3-3x^2+5x$
Die 1., 2. und 3.Ableitung der Funktion $f(x)$ wird mit Hilfe der Form $y=x^n; y'=nx^{n-1}$ bestimmt. Dabei sind die Faktorregel und die Summenregel zu beachten.	1.*Ableitung* : $f'(x)=\frac{3}{2}x^2-6x+5$ 2.*Ableitung* : $f''(x)=3x-6$ 3.*Ableitung* : $f'''(x)=3$
2. Notwendige Bedingung	*Notwendige Bedingung:* $f''(x)=0$
Die *notwendige Bedingung* für das Vorhandensein von Wendestellen wird angewendet: $f''(x)=0$	$0=3x-6$
3. Berechnung der x**-Werte**	$0=3x-6=x-2$ $x_1=2$
Die Nullstellen der 2. Ableitung werden berechnet. Entweder mit Formel von Alkarismi, quadratischer Ergänzung, Polynomdivision oder Intuition. Dies ist für jede Aufgabe verschieden	
4. Hinreichende Bedingung	$f'''(x_1)\neq 0$ $f'''(2)=3$ $3\neq 0$
Die *hinreichende Bedingung* für das Vorhandensein von Wendestellen ist: $f'''(x)\neq 0$	
5. Bestimmung von Sattelpunkte	$f'(x_1)=0=\frac{3}{2}x^2-6x+5$
Für das Vorhandensein eines Sattelpunktes muss zusätzlich noch gelten, dass $f'(x)=0$ ist, dass also zusätzlich ein Extremwert an dieser Stelle vorliegt	$f'(2)=\frac{3}{2}\cdot 2^2-6\cdot 2+5=6-12+5=-1$ *Es liegt kein Sattelpunkt vor*
6. Bestimmung der jeweiligen y**-Werte**	$f(2)=\frac{1}{2}\cdot 2^3-3\cdot 2^2+5\cdot 2=4-12+10=2$
Die ermittelten x-Werte der Wendestellen werden in die Ausgangsgleichung $f(x)$ eingesetzt.	
6. Antwortsatz schreiben	An der Stelle $(2;2)$ liegt eine Wendestelle vor..
Zum Schluss wird der Antwortsatz formuliert. Hier muss enthalten sein, an welcher Stelle ein Wendepunkt vorliegt.	

4)

1. Symmetrie zur Ordinate bzw. zum Ursprung $f(-x)=f(x)$: Achsensymmetrisch zur y-Achse $f(-x)=-f(x)$: Punktsymmetrisch zum Ursprung	$f(x)=\frac{1}{4}x^4-2x^2+2$ Bei den Potenzen von x treten nur gerade Exponenten auf. Der Graph von $f(x)$ ist also symmetrisch zur y-Achse. Punktsymmetrie liegt folglich nicht vor.
2. Verhalten von $f(x)$ für betragsgroße x Die Untersuchung zeigt, in welchem Quadranten der Graph von $f(x)$ für sehr große bzw. sehr kleine x liegt.	$f(x)=\frac{1}{4}x^4(1-\frac{8}{x^2}+\frac{8}{x^4})\ für x\neq 0$ Für $x\to+\infty$ und $x\to-\infty$ geht der Klammerterm gegen 1. D.h. das Verhalten für betragsgroße x wird von $\frac{1}{4}x^4$ bestimmt. Wenn $x\to+\infty$, dann $f(x)=+\infty$ Wenn $x\to-\infty$, dann $f(x)=+\infty$
3. Gemeinsame Punkte von Graph und Koordinatensystem 1. Achse: $P_1(x;0)$; d.h. $f(x)=0$ also Nullstellen von $f(x)$ bestimmen. 2. Achse: $P_2(0;f(0))$, also $f(0)$ berechnen.	$f(x)=0=\frac{1}{4}x^4-2x^2+2$ Wir setzen $z=x^2$ und lösen mit der Formel von Alkarismi: $f(z)=\frac{1}{4}z^2-2z+2 \Rightarrow z_{1/2}=4\pm\sqrt{8}$ $L=\left\{\sqrt{4+\sqrt{8}};-\sqrt{4+\sqrt{8}};\sqrt{4-\sqrt{8}};-\sqrt{4-\sqrt{8}}\right\}$ $f(0)=2$; Achsenschnittpunkt $P_2(0;2)$
4. Relative Extrempunkte (a) *Notwendig:* $f'(x)=0$ (b) *Hinreichend für Hochpunkt:* - $f'(x)=0$ und $f''(x)<0$ *Hinreichend für Tiefpunkt:* - $f'(x)=0$ und $f''(x)>0$ (c) $y-$Koordinaten bestimmen (d) Zusammenfassung	(a) $f'(x)=0=x^3-4x=x\cdot(x^2-4)$ $L=\{0;2;-2\}$ (b) $f''(x)=3x^2-4$ $f''(0)=-4<0 \Rightarrow Maximum$ $f''(2)=8>0 \Rightarrow Minimun$ $f''(-2)=8>0 \Rightarrow Minimum$ (c) $f(0)=2$ $f(2)=4-8+2=-2$ $f(-2)=4-8+2=-2$ (d) $Max=(0;2)$ $Min_1=(2;-2)$ $Min_2=(-2;-2)$

5. Wendepunkte	
(a) *Notwendig:* $f''(x)=0$ (b) *Hinreichend für Wendepunkt.* - $f''(x)=0$ und $f'''(x)\neq 0$ (c) $y-$Koordinaten bestimmen (d) Zusammenfassung	(a) $f''(x)=0=3x^2-4=x^2-\frac{4}{3}$ $x_{1/2}=\pm\sqrt{\frac{4}{3}}$ $f'''(x)=6x$ (b) $f'''\left(\sqrt{\frac{4}{3}}\right)=6\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\neq 0$ $f'''\left(-\sqrt{\frac{4}{3}}\right)=6\cdot\left(-\sqrt{\frac{4}{3}}\right)\neq 0$ (c) $f\left(\sqrt{\frac{4}{3}}\right)=\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^2-2\cdot\frac{4}{3}+2=-\frac{2}{9}$ $f\left(-\sqrt{\frac{4}{3}}\right)=\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^2-2\cdot\frac{4}{3}+2=-\frac{2}{9}$ (d) $W_1=\left(\sqrt{\frac{4}{3}};-\frac{2}{9}\right)$ $W_2=\left(-\sqrt{\frac{4}{3}};-\frac{2}{9}\right)$
6. Zeichnung des Graphen	
Die ermittelten Punkte werden eingetragen. Gegebenfalls werden weitere Funktionswerte bestimmt, um den Graphen genauer zeichnen zu können